

地下水流れの境界値問題(Dupuitの仮定)

テキスト 93p~

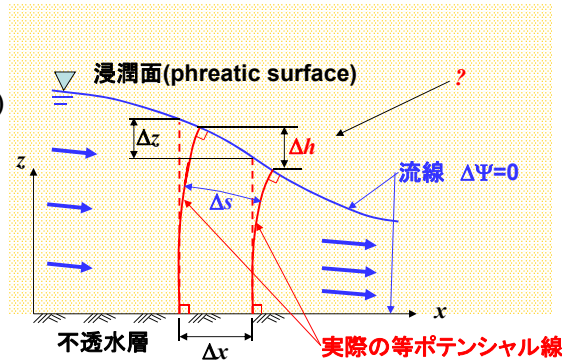
地盤内の流れ場について、厳密に式(20),(21)を用いなくても、いくつかの条件なら簡単に問題を解くことが可能。

例) 浸潤面を有する流れの近似解法: Dupuit(デュピ)の仮定

水面がなだらか:

$$v = -k \frac{\Delta h}{\Delta s} \approx -k \frac{\Delta z}{\Delta x} \quad (39)$$

一次元流れに近似



矩形断面の締切堤内の浸透

Dupuitの仮定より

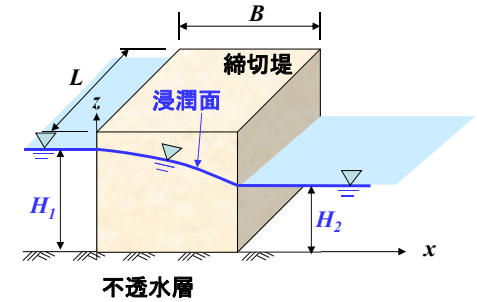
$$v = -k \frac{\Delta h}{\Delta s} \approx -k \frac{\Delta z}{\Delta x} \quad (39)$$

単位時間浸透量

$$Q = v z L \quad \text{断面積}$$

$$= -k z L \frac{\Delta h}{\Delta s} \approx -k z L \frac{\Delta z}{\Delta x} \quad (40)$$

$$\left(Qx = -kL \frac{z^2}{2} + C \right)$$

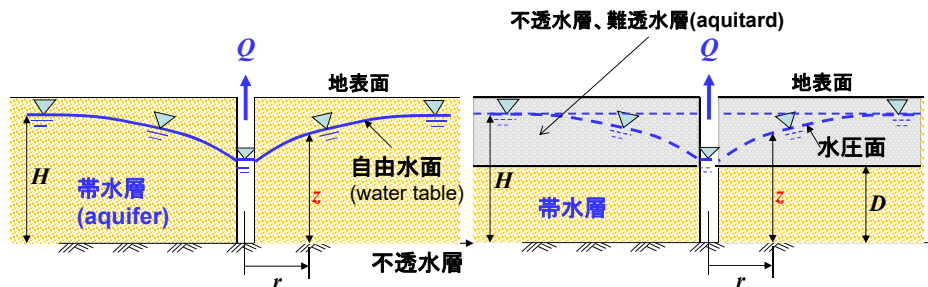


境界条件:

$z=H_1$ at $x=0$, $z=H_2$ at $x=B$ より

$$Q = kL \frac{H_1^2 - H_2^2}{2B} \quad (41)$$

定常的な揚水(井戸のくみ上げ)



(a) 重力式井戸、深井戸(well)

(b) 掘抜き井戸(artesian well)

掘抜き井戸の揚水

Darcy則より,

$$v = k \frac{dh}{dr} \quad \text{流れの方向:rとは逆向き } dh/dr > 0$$

$$Q = 2\pi r D v = 2\pi r D k \frac{dh}{dr} \quad (42)$$

$$Q \ln r = 2\pi k D h + C$$

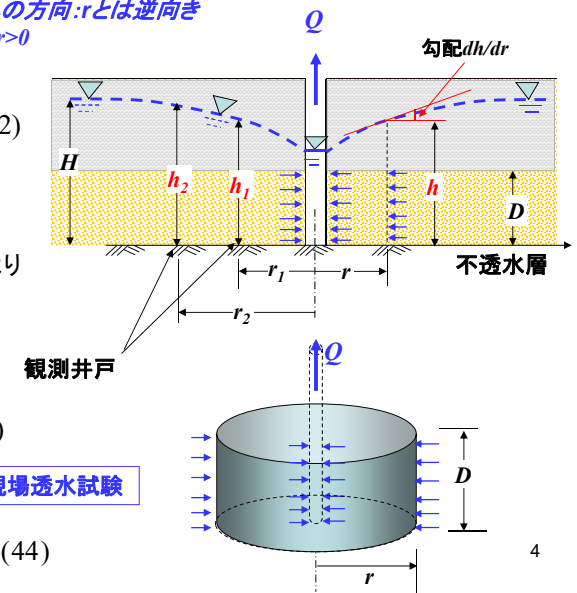
境界条件:

$h=h_1$ at $r=r_1$, $h=h_2$ at $r=r_2$ より

$$h_2 - h_1 = \frac{Q}{2\pi k D} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$Q = \frac{2\pi k D (h_2 - h_1)}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \quad (43)$$

$$k = \frac{Q}{2\pi (h_2 - h_1) D} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (44)$$



現場透水試験

重力式井戸、深井戸の揚水

Dupuitの仮定,

$$v = -k \frac{\Delta h}{\Delta s} \approx k \frac{\Delta z}{\Delta r} \quad \text{流れの方向:rとは逆向き} \quad dz/dr > 0$$

$$Q = 2\pi r z v = 2\pi r k z \frac{dz}{dr} \quad (45)$$

$$z^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln r + C$$

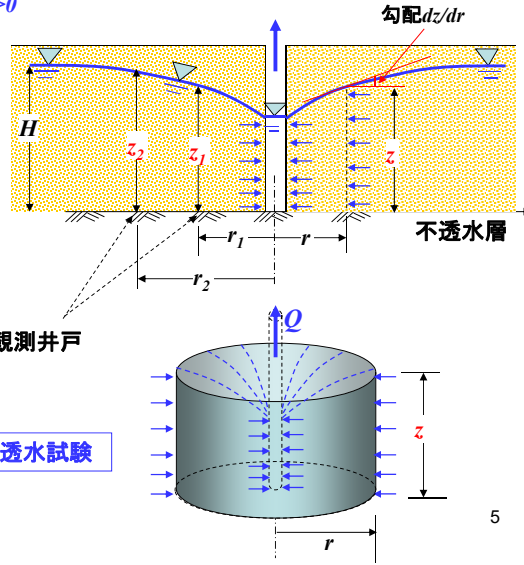
境界条件:

$z=z_1$ at $r=r_1$, $z=z_2$ at $r=r_2$ より

$$z_2^2 - z_1^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$Q = \frac{\pi k (z_2^2 - z_1^2)}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)} \quad (46)$$

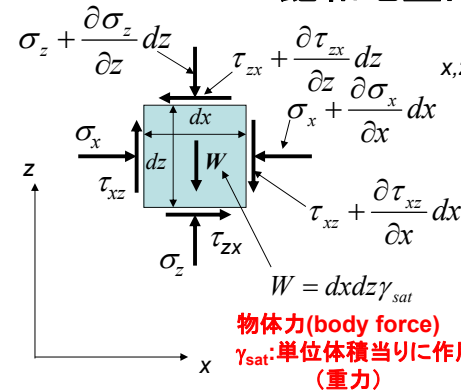
$$k = \frac{Q}{\pi (z_2^2 - z_1^2)} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (47)$$



現場透水試験

飽和地盤内の応力状態

テキスト 75p~



x,z方向の力の釣合いより、

釣合い式の全応力表示

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0 \quad (48-i)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -\gamma_{sat} \quad (48-ii)$$

物体力(body force)
 γ_{sat} : 単位体積当りに作用する力 (重力)

$$\sigma_x = \sigma'_x + u \quad \tau_{xz} = \tau'_{xz}$$

$$\sigma_z = \sigma'_z + u \quad \tau_{zx} = \tau'_{zx}$$

有効応力の原理

$$\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau'_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (49-i)$$

$$\frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial z} + \gamma_{sat} = 0 \quad (49-ii)$$

任意の(x,z)点における全水頭:h 基準面のz: z0

$$h = (z - z_0) + \frac{u}{\gamma_w}$$

位置水頭 圧力水頭

$$i_x = -\frac{\partial h}{\partial x} = -\frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (50-i)$$

$$i_z = -\frac{\partial h}{\partial z} = -1 - \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (50-ii)$$

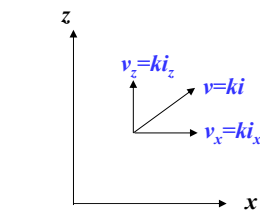
$$\gamma_{sat} = \gamma' + \gamma_w$$

式(49)

$$\frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial z} = i_x \gamma_w \quad (51-i)$$

$$\frac{\partial \tau'_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} = -\gamma' + i_z \gamma_w \quad (51-ii)$$

$\gamma', i_x \gamma_w, i_z \gamma_w$: 土粒子に作用する物体力:
透水力(seepage force)



平地盤の場合: $\tau_{xz} = 0$

$$\text{式(51-ii)} \Rightarrow \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} = -(\gamma' - i_z \gamma_w) \quad (52)$$

これを下向きにz'の深さまで積分 (B.C.: $\sigma'_z = 0$ at $z'=0$)

$$\sigma'_z = (\gamma' - i_z \gamma_w) z' \quad (53)$$

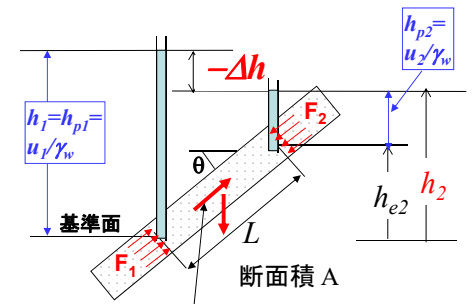
$\sigma'_z = 0$ の条件: 上向き(z方向に)

$$i_z = \frac{\gamma'}{\gamma_w} = \frac{G_s - 1}{1 + e} = i_{cr} \quad (54)$$

限界動水勾配

流れ場の地盤内応力 (透水力)

j: 単位体積当りの流れ方向透水力



・L間の土粒子部分に作用する力の流れ方向の釣合い: (有効応力)

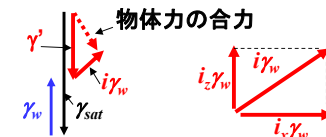
$$jAL - \gamma' AL \sin \theta = (F_2 - F_1)A \quad (55)$$

・L間の土全体(土粒子+水)の流れ方向の釣合い: (全応力)

$$\frac{h_1 \gamma_w A}{h_{p1}} - \frac{(h_2 - L \sin \theta) \gamma_w A}{h_{p2}} - \gamma_{sat} AL \sin \theta = (F_2 - F_1)A \quad (56)$$

$$\text{式(55)(56)より、} \quad j = \frac{h_1 - h_2}{L} \gamma_w = i \gamma_w \quad (57) \quad v = \frac{k}{\gamma_w} j \quad (58)$$

Darcy則 [透水力と透水速度の関係]



式(51)と同じ

透水力による地盤破壊

テキスト 78p~

土の強度:クーロン規準 $\tau_f = c' + \sigma' \tan \phi'$

c' :粘着力
 ϕ' :摩擦角

・ボイリング

砂質土(粘着力ゼロ、ゼロ有効応力($i=i_{cri}$)
=>強度ゼロ=>液状化 (ボイリング:boiling)

・パイピング

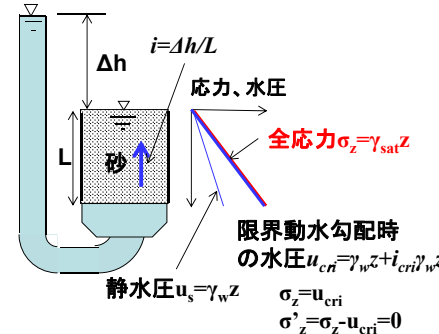
粘性土(粘着力、ゼロ有効応力=>強度あり=>ボイリング起きない
を更に増加(どのような状況?))
=>局所的な粘土の流れ出し=>孔が現れ(パイピング:piping)
=>孔が貫通、大量の水の流出=>破壊

* フィルター材

パイピング現象(局所的な土粒子の流失)を防止するための緩衝材料(フィルター:filter)、粒径の異なる材料の境界(ロックフィルダムのコア材とロック材の間、砂地盤中の井戸のストレーナーと砂の間)

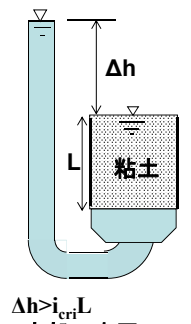
透水力による破壊現象

ボイリング



有効応力ゼロ
=>強度ゼロ
=>液体(ボイリング)

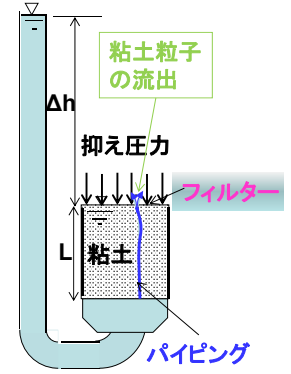
ヒーピング



$\Delta h > i_{cri} L$
=>底部の水圧
 $> (\gamma_w + \gamma') L = \gamma_{sat} L$
=>水圧が粘土を持ち上げる
(盤ぶくれ:heaving)

重力 < 水圧による上向きの力
[透水現象ではない]

パイピング



ヒーピングは抑えて、 i を増加

土(土粒子+間隙水)に働く物体力

(土粒子に作用する)有効応力

•重力 (γ_{sat}, γ_t)

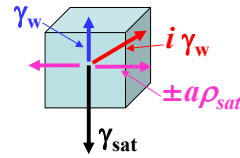
地下水以深: γ'
地下水以浅: γ_{sat} or γ_t

•浮力 (γ_w)
(buoyancy force)

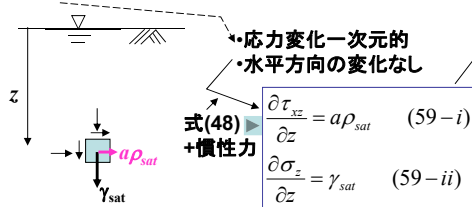
•透水力 ($i \gamma_w$) → (土粒子に作用する)

•慣性力(地震力) $\left(\frac{a}{g} \gamma_{sat}, \frac{a}{g} \gamma_t \right)$ → (土粒子+間隙水に作用する)
(inertia force, seismic force) a :地震加速度

単位体積要素



平地盤の水平地震力(一様な水平加速を仮定)



これを下向きにzの深さまで積分
(B.C.: $\sigma'_z = 0, \tau'_{xz} = 0$ at $z=0$)

全応力

$$\tau_{xz}(z) = az\rho_{sat} \quad (60-i)$$

$$\sigma_z = z\gamma_{sat} \quad (60-ii)$$

有効応力

$$\tau'_{xz}(z) = az\rho_{sat} \quad (61-i)$$

$$\sigma'_z = z(\gamma_{sat} - \gamma_w) = z\gamma' \quad (61-ii)$$

本日のTechnical terms

浸潤面: phreatic surface; Dupuitの仮定: Dupuit's assumption;

重力式井戸: well; 掘抜き井戸: artesian well;

地下水水面、自由水面: water table, phreatic surface;

釣合い式: equilibrium equation; 物体力: body force;

透水力: seepage force; 限界動水勾配: critical hydraulic gradient;

ボイリング: boiling; パイピング: piping、フィルター: filter

浮力: buoyancy force; 慣性力: inertia force; 地震力: seismic force.

帯水層: aquifer; 不透水層、難透水層: aquitard

小テスト (7/18)

右図について、

- (1) 静水圧状態における砂の表面から深さ3m及び6mの面における有効応力を求めよ。
- (2) 上向きに $1.2 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ の流れがある場合はどうか。
- (3) この場合、限界動水勾配(i_{cr})、および i_{cr} となる時の上向きの流量はいくらか。
- (4) 土粒子比重 G_s が2.7とすると、この砂の間隙比はいくらか。

但し、この砂の飽和単位重量は $\gamma_{sat} = 20 \text{ kN/m}^3$ 、透水係数(k)は $2.0 \times 10^{-5} \text{ m/s}$ で、容器の断面積は 10 m^2 である。また、水の単位体積重量 $\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3$ とする。

